

PRORAČUN MAKSIMALNOG UGIBA I NAPREZANJA PROVODNIKA POMOĆU PROGRAMA ZA TABELARNE PRORAČUNE

CALCULATION OF MAXIMUM SAG AND TENSION OF CONDUCTOR BY THE SPREADSHEET PROGRAMS

Dragoslav PERIĆ, Akademija tehničkih strukovnih studija Beograd,
odsek Primenjene inženjerske nauke Požarevac, Srbija*
Miladin TANASKOVIĆ, Honorarni konsultant, Beograd, Srbija

KRATAK SADRŽAJ

Za projektovanje, izvođenje i eksploataciju elektrodistributivnih nadzemnih vodova sa Al/Č provodnicima potrebno je proračunati maksimalni ugib u rasponu za različite temperature vazduha. Za određivanje maksimalnog ugiba neophodno je izračunati mehaničko naprezanje provodnika iz jednačine stanja provodnika. Jednačina stanja je kubna jednačina sa horizontalnim naprežanjem kao promenljivom. Ova jednačina može da se rešava iterativnim postupkom ili analitički. Iterativni postupak (obično Njutn-Rapsonov) zahteva računarsko rešavanje i pisanje odgovarajućeg programskog koda ili korišćenje specijalizovanih programa, dok analitičko rešavanje podrazumeva poznavanje Kardanovih formula iz kojih se mogu direktno odrediti koreni kubne jednačine. Lako je zaključiti da i jedan i drugi pristup izlazi izvan okvira praktičnih inženjerskih proračuna.

U radu su opisani različiti metodološki pristupi za prethodno navedene proračune i razvijen je i opisan korisnički program za proračun maksimalnog horizontalnog naprežanja i ugiba lančanice provodnika primenom programa za tabelarne proračune. U članku se i predlaže primena programa za tabelarne proračune za praktične inženjerske potrebe pri projektovanju i izvođenju radova na izgradnji nadzemnih vodova sa Al/Č provodnicima.

Ključne reči: nadzemni vodovi sa Al/Č provodnicima, ugib, mehaničko naprezanje provodnika, programi za tabelarne proračune

ABSTRACT

For the design, construction and exploitation of overhead power lines with Aluminium Steel conductors, it is necessary to calculate the maximum sag in the span length for different air temperatures. To determine the maximum sag, it is necessary to calculate the mechanical tension of conductor from the equations for the conductor, which is a cubic equation with the horizontal tension as a variable. This equation can be solved iteratively or analytically. An iterative procedure (usually Newton-Raphson) requires computer solving and writing of appropriate program code or the use of specialized programs, while analytical solving involves knowledge of Cardano's formulas. It is easy to conclude that both approaches go beyond practical engineering calculations.

The paper describes different methodological approaches for the above mentioned calculations and develops and describes a user program for calculating the maximum horizontal tension and conductor catenary sag using a spreadsheet program. The article also proposes the application of spreadsheet programs for practical engineering needs in the design and execution of works on the construction of overhead lines with Aluminium Steel conductors.

Keywords: Overhead lines with Aluminium Steel conductors, sag, mechanical tension of conductor, spreadsheet programs

1. UVOD

Za projektovanje dalekovoda merodavni su linija provodnika/užeta u jednom rasponu dalekovoda, tj. lančanica, i naprezanje provodnika, odnosno njegova horizontalna komponenta. Linija provodnika (lančanica) značajna je da bi se odredila potrebna minimalna rastojanja užeta od tla i okolnih objekata, a najznačajniji parametar lančanice

* Dr Dragoslav Perić, dipl. inž. el. Akademija tehničkih strukovnih studija Beograd, odsek Primenjene inženjerske nauke Požarevac, Srbija
dragoslav.peric@gmail.com

je maksimalni ugib (najveće rastojanje od tangente na provodnik do prave koja spaja tačke vešanja provodnika). Proračunom horizontalne komponente naprezanja provodnika proverava se da se neće preći maksimalno dozvoljeno opterećenje za materijale od kojih je izrađen provodnik pri svim eksploatacionim uslovima. I ugib i naprezanje provodnika zavise od raspona između tačaka vešanja, sile kojom je užezategnuto, specifične težine užeta i temperature ambijenta, odnosno provodnika. Eksploatacioni uslovi zavise od temperature vazduha i provodnika, vetra i prisustva dodatnog opterećenje od snega i leda na provodniku. Uticaj vetra prema našim propisima se zanemaruje, pa nije razmatran ni u ovom radu.

Kada nema dodatnog opterećenja, potrebno je sračunati zavisnost horizontalne komponente naprezanja i maksimalnog ugiba od temperature provodnika. Pri montaži ova temperatura se poklapa sa temperaturom vazduha oko provodnika, pošto nema strujnog opterećenja. Pri snežnim padavinama dodatno opterećenje se pojavljuje sa padom temperature ispod nule, i raste sve do temperature pri kojoj dolazi do pucanja i padanja nahvatanog leda – po našim propisima -5°C – tako da je navedene parametre potrebno računati samo za -5°C .

Cilj proračuna je da se odredi maksimalni ugib uz dozvoljeno horizontalno naprezanje provodnika, kao i da se odrede uslovi pod kojima se ovi parametri postižu – temperatura i (ne)prisustvo dodatnog opterećenja. Pri montaži provodnika kod nadzemnog voda vrši se podešavanje maksimalnog ugiba proračunatog za temperaturu na kojoj se montaža izvodi. Veličine bez dodatnog opterećenja obično se izračunavaju za različite temperature u koraku po 5°C i prikazuju tabelarno (montažne tabele) kako bi se izbegla potreba za računanjem na terenu, ali je u današnjim uslovima primene modernih tehnologija bolje računati maksimalni ugib za trenutno izmerenu temperaturu vazduha pri montaži. Za takva izračunavanja pogodni su prenosni (laptop) i mobilni računari (tableti i mobilni telefoni). Od softverskih alata pogodni su programi za tabelarne proračune (*spreadsheet*) [11]. U radu je dat primer takvog proračuna, pri čemu su diskutovane različite mogućnosti rešavanja kubne jednačine.

2. PRORAČUN MAKSIMALNOG UGIBA PROVODNIKA (MONTAŽNE TABELE)

Maksimalni ugib kod kosog raspona (slika 1.) može se odrediti iz [1, 2]:

$$f_{maxj} = \frac{(a + a_{dod})^2 \gamma_j}{8\sigma_j \cdot \cos\Psi} + \frac{(a + a_{dod})^4 \cdot \gamma_j^3 \cdot \cos\Psi}{384 \cdot \sigma_j^3} \quad (1)$$

$$a_{dod} = 2 \frac{\sigma_1 h}{a \gamma_p} \quad (2)$$

$$\gamma_j = \begin{cases} \gamma_1 = \gamma_p & \text{bez dodatnog opterećenja} \\ \gamma_2 = \gamma_p + \gamma_{dod} & \text{sa normalnim dodatnim opterećenjem} \end{cases} \quad (3)$$

$$\gamma_{dod} = k \cdot \frac{0,18 \cdot \sqrt{d}}{S} \quad (4)$$

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{h}{a} \quad (5)$$

gde je:

Ψ [°] – ugao između horinzontale i spojnice tačaka vešanja provodnika,

σ_j [daN/mm²] – horizontalna komponenta naprezanja provodnika,

γ_{dod} [daN/m·mm²] – specifična težina normalnog dodatnog opterećenja od leda

γ_p [daN/m·mm²] – specifična težina provodnika,

a [m] – raspon između tačaka vešanja,

a_{dod} [m] – dodatni raspon kao dopuna kosog raspona do horizontalnog (slika 1.),

d [mm] – prečnik provodnika,

h [m] – visinska razlika tačaka vešanja.

j – indeks koji označava da: nema dodatnog opterećenja ($j = 1$) ili postoji dodatnog opterećenje ($j = 2$)

k – koeficijent leda, koji za zone leda 1; 2; 3 i 4 ima vrednosti 1,0; 1,6; 2,5 i 4,0; respektivno.

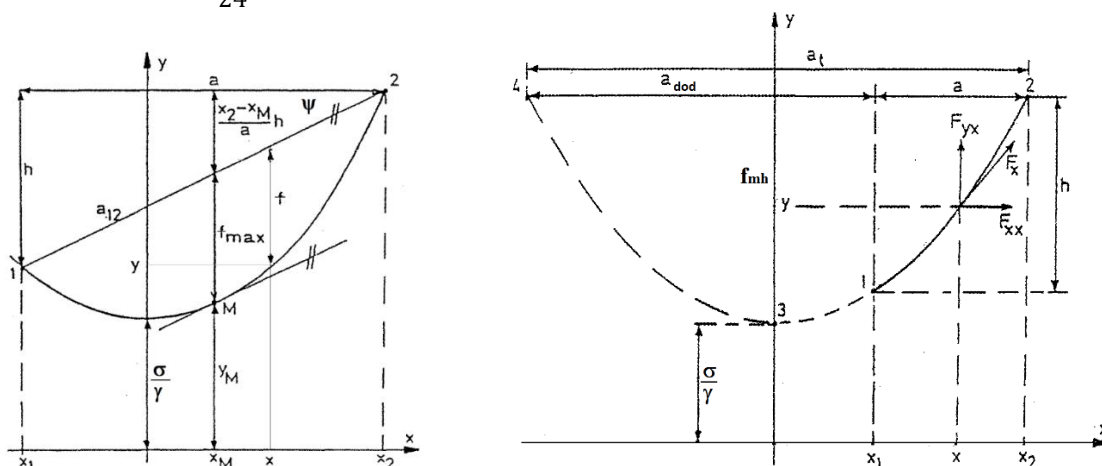
S [mm²] – ukupna površina poprečnog preseka provodnika (čelika i aluminijuma).

Rešavanje diferencijalne jednačine kojom je opisana linija provodnika (lančanica), dobija se sledeća jednačina promene stanja provodnika [1, 2]:

$$\sigma_j^3 + A_j \cdot \sigma_j^2 - B_j = 0 \quad (6)$$

$$A_j = E \cdot \cos\psi \cdot \left[\alpha_L \cdot (\theta - \theta_{0j}) + \frac{a^2 \cdot (\gamma_p + \gamma_{Aj})^2 \cdot \cos^2\psi}{24 \cdot \sigma_{mr}^2} \right] - \sigma_{mr} \quad (7)$$

$$B_j = \frac{a^2 \cdot (\gamma_p + \gamma_{Bj})^2 \cdot E \cdot \cos^3 \psi}{24} \quad (8)$$



Slika 1. Definicija ugiba kod kosog raspona (levo); dodatni raspon kao dopuna kosog do pravog raspona (desno)

gde je:

θ [°C] – temperatura za koju se računa naprezanje provodnika,

E [daN/mm²] – Jungov modul elastičnosti provodnika (za Al/Č 6:1, $E = 7700$ daN/mm²),

$\gamma_p + \gamma_{Aj}$, $\gamma_p + \gamma_{Bj}$ [daN/m·mm²] – ukupna specifična težina provodnika i normalnog dodatnog opterećenja (ako postoji), kao početni uslovi za rešavanje diferencijalne jednačine,

θ_0 [°C] – temperatura pri početnim uslovima,

Pri veoma niskim temperaturama i malim rasponima na horizontalnu komponentu dominantan je uticaj naprezanja provodnika, σ . Kod većih dužina dominantan je uticaj dodatnog opterećenja provodnika. Uticaj ova da parametra izjednačen je pri nekoj kritičnoj dužini a_{kr} . Nacionalni propisi [5] definišu da je za proračun ugiba u rasponu merodavno stanje koje daje veće naprezanje provodnika σ , odnosno stanje:

- K.1: pri temperaturi $\theta_0 = -5$ °C sa normalnim dodatnim opterećenjem za $a > a_{kr}$ ili
- K.2: pri temperaturi $\theta_0 = -20$ °C bez dodatnog opterećenja za $a \leq a_{kr}$.

gde je:

a_{kr} – raspon na kojem je maksimalno radno naprezanje provodnika prema stanju K.1 isto kao i prema stanju K.2

Kritični raspon a_{kr} izračunava se iz izraza:

$$a_{kr} [m] = \frac{\sigma_{mr}}{\cos \psi} \cdot \sqrt{\frac{360 \cdot \alpha_L}{(\gamma_p + \gamma_{dod})^2 - \gamma_p^2}} \quad (9)$$

gde je:

α_L [1/°C] – koeficijent toplotnog širenja provodnika (za Al/Č 6:1, $\alpha_L = 0,0000189$ 1/°C),

σ_{mr} [daN/mm²] – maksimalno dozvoljena horizontalna komponenta naprezanja provodnika,

Na sličan način, propisi definišu dva karakteristična stanja provodnika koja su merodavna za proračun maksimalnog ugiba i to:

- K.1: pri temperaturi $\theta_0 = -5$ °C sa normalnim dodatnim opterećenjem za $\theta_{kr} > +40$ °C ili
- K.3: pri temperaturi $\theta = +40$ °C za $\theta_{kr} \leq +40$ °C.

gde je:

θ_{kr} [°C] – temperatura na kojoj je ugib provodnika prema stanju K.1 isti kao i prema stanju K.3,

Kritična temperatura se izračunava iz izraza:

$$\theta_{kr} [°C] = \frac{\sigma_{mr}}{\alpha_L \cdot E \cdot \cos \psi} \cdot \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_p + \gamma_{dod}}\right) - 5 \quad (10)$$

Veličine θ_0 , γ_{Aj} i γ_{Bj} za proračun koeficijenata A i B kubne jednačine (6) za proračun zavisnosti horizontalnog naprezanja provodnika i najvećeg ugiba od temperature θ : bez dodatnog opterećenja (indeks 1) i sa normalnim dodatnim opterećenjem (indeks 2), računaju se kao:

$$\theta_{01} = \begin{cases} -5 & \text{za } a > a_{kr} \\ -20 & \text{inače} \end{cases} \quad (11)$$

$$\gamma_{A1} = \begin{cases} \gamma_{dod} & \text{za } a > a_{kr} \\ 0 & \text{inače} \end{cases} \quad (12)$$

$$\gamma_{B1} = 0 \quad (13)$$

$$\theta_{02} = -20 \quad (14)$$

$$\gamma_{A2} = \begin{cases} \gamma_{dod} & \text{za } \theta_{kr} > 40^\circ\text{C} \\ 0 & \text{inače} \end{cases} \quad (15)$$

$$\gamma_{B2} = \gamma_{dod} \quad (16)$$

Imajući u vidu sva karakteristična stanja razmatrana u propisima [5], maksimalno horizontalno naprezanje provodnika koje može da se pojavi računa se prema izrazu:

$$\sigma_{max} = \sigma_{mr} \quad (17)$$

a maksimalni ugib, prema izrazu

$$f_{max} = \begin{cases} f_2(-5^\circ\text{C}) & \text{za } \theta > \theta_{kr} \\ f_1(40^\circ\text{C}) & \text{inače} \end{cases} \quad (18)$$

Realni koren kubne jednačine (6) može se odrediti iterativnim Njtn-Rapsonovim postupkom ili iz Kardanovih formula. Njtn-Rapsonovim postupkom [7] realni koren jednačine (6) izračunava se iz rekurentne relacije:

$$\sigma(n+1) = \sigma(n) - \frac{\sigma^3(n) + A \cdot \sigma^2(n) - B}{3 \cdot \sigma^2(n) + 2 \cdot A \cdot \sigma(n)} \quad (19)$$

gde se iterativni postupak završava kada je ispunjen uslov:

$$|\sigma(n+1) - \sigma(n)| \leq 1 \cdot 10^{-3} \frac{daN}{mm^2} \quad (20)$$

gde 10^{-3} određuje željenu tačnost, a uobičajena vrednost za početnu (nultu) iteraciju je:

$$\sigma(0) = 0,2 \cdot \sigma_{mr} \quad (21)$$

Kardanovim formulama [8] realni koren jednačine (6) u zavisnosti od vrednosti diskriminante D_{sc} određuju se:

$$\sigma = \begin{cases} P + T - \frac{A}{3} & \text{za } D_{sc} > 0 \\ 2 \cdot \sqrt{-Q} \cdot \cos\left(\frac{\beta}{3}\right) - \frac{A}{3} & \text{za } D_{sc} \leq 0 \end{cases} \quad (22)$$

gde je:

$$\cos \beta = \frac{R}{\sqrt{-Q^3}} \quad (23)$$

$$P = \sqrt[3]{R + \sqrt{Q^3 + R^2}} \quad (24)$$

$$T = \sqrt[3]{R - \sqrt{Q^3 + R^2}} \quad (25)$$

$$R = \frac{27 \cdot B - 2 \cdot A^3}{54} \quad (26)$$

$$Q = -\left(\frac{A}{3}\right)^2 \quad (27)$$

$$D_{sc} = Q^3 + R^2 \quad (28)$$

Još neki mogući postupci proračuna maksimalnog ugiba i naprezanja provodnika dati su u DODATKU.

3. PRIMENA PROGRAMA ZA TABELARNE PORAČUNE ZA PRORAČUN UGIBA PROVODNIKA

Praktični inženjerski proračuni (IPR) mogu se uspešno raditi u programiam za tabelarne proračune (TPR). Osnovne tehnike primene TPR za IPR kratko su opisane u [10], a u ovom radu biće opisane neke moguće tehnike za rešavanje kubne jednačine. U tabeli 1. dat je pregled mogućih tehnika i postupaka za rešavanje kubne jednačine u programima TPR. Pored pregleda i klasifikacije postupaka u poslednje 4 kolone date su i osobine – prve dve pozitivne, a druge dve negativne.

Ugrađeni alat *Goal Seek*, koje korisnik pokreće komandama iz menija, uglavnom postoji u svim TPR, pa se fajl u kome je definisan proračun može prenositi iz jednog programa TPR u drugi. Za rešavanje kubne jednačine pomoću

alata *Goal Seek* tabela može da se organizuje kao u gornjem delu slike 2, gde je navedena i formula koja se unosi u ćeliju imenovanu sa J_{Levo} . Za vrednost $\sigma_{GS}(\theta)$ unosi se proizvoljna vrednost, u našem slučaju 2. Pokretanjem komande za *Goal Seek* dobija se prvi dijalog okvir sa slike gde se unose podaci na navedeni način, s tim da se podaci za *Set cell* i *By changing cell* mogu uneti direktnim klikom na ćelije imenovane sa **J_Levo** i **sigma_tetaGS**, respektivno. Na kraju izračunavanja pojavljuje se dijalog okvir sa izveštajem. Sa slike se vidi da se pri izračunavanju pojavljuje greška i da je ona u prihvatljivim okvirima. Pokretanje komande i rad sa dijalog okvirima može se snimiti kao skup komandi – makro, a njegovo pokretanje vezati za dugme **Nadji Sigma** – znači, korisnik bi morao svaki put kada želi da izračuna $\sigma_{GS}(\theta)$ morao da klikne na dugme. Na slici je prikazan automatski zapis ovog makroa u jeziku VBA odakle se vidi je referenciranje na ćelije relativno, odnosno da bi, na primer, pri umetanju redova iznad došlo do greške u izvršavanju makroa. Slični problemi bi se javljali i prilikom drugih primena makroa navedenih tabeli 1, što bi zahtevalo bolju koncentraciju krajnjeg korisnika i/ili bolje poznavanje programa TPR.

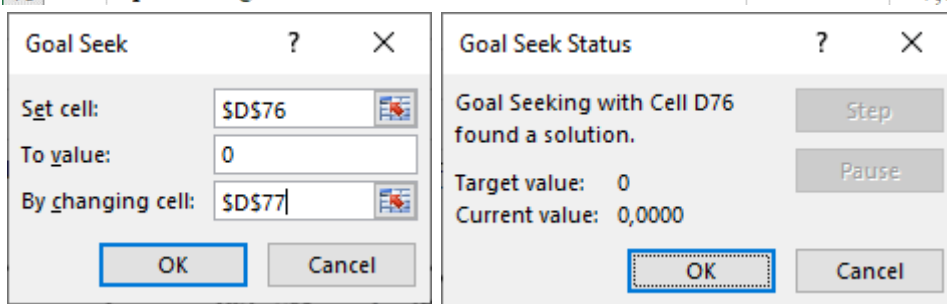
Tabela 1. Moguće tehnike rešavanja kubne jednačine u programima za tabelarne proračune

Postupak ili tehnika		Korisničko programiranje	Prenos u drugi TPR program	Interaktivni rad pri korišćenju	Makroi
Ugrađeni alat	Goal Seek		da	da	da*
Formule	Ugrađene funkcije	da	da		
	korisnički definisane funkcije (UDF)	da**			
Nutn-Rapsonov metod	formule u više redova	da	da		
	iterativno računanje (1 red)	da	da	da	da*
	korisnički definisane funkcije (UDF)				

* makroima se može izbeći interaktivni rad

** zahteva izvesno poznavanje pozadinskog jezika

75	Rešavanje kubne jednačina tehnikom Goal Seek	Nadji Sigma	
76	Leva strana kubne jednačine $\sigma^3 + A \cdot \sigma^2 - B$	J_{Levo}	0,0000
77		$\sigma_{GS}(\theta)$	2,660 daN/mm ²
78	Apsolutna greška		-7,65E-08 daN/mm ³



Automatski zapis makroa u jeziku VBA:

```
Sub NadjiSigma()
```

```
Range("D76").GoalSeek Goal:=0, ChangingCell:=Range("D77")
```

```
End Sub
```

Formula za J_{Levo} :=sigma_tetaGS^3+A*sigma_tetaGS^2-B

Slika 2. Rešavanje kubne jednačine tehnikom Goal Seek

Formulama TPR može se primeniti Kardanova formula. Za svaku veličinu koja se pojavljuje u jednačinama (22) do (28), treba rezervisati jednu imenovanu ćeliju u koloni Vrednost. Veličine treba poredati tako da formule uvek koriste vrednosti ćelija iznad njih, u ovom slučaju: A, B, Q, R, T, P, ... Prednost ovakvog postupka je da se formule upisuju u jednu po jednu ćeliju navedenim redosledom i istovremeno testiraju pomoću ranije izračunatog primera. Principijelni nedostatak ovog postupka je što je proračun podeljen u više ćelija, pa ako je potrebno više izračunavanja odjednom, potrebno je kopirati sve formule. Međutim, kada se napišu/razviju sve formule, one se mogu ujediniti u jednu, tako što se sukcesivno eliminiše jedna po jedna veličina. Eliminisanja veličine Q iz formule za D_{sc} prikazan je u u prvom primeru tabeli 2. Formula za Q bez znaka jednakosti kopira se u formulu za D_{sc} tako

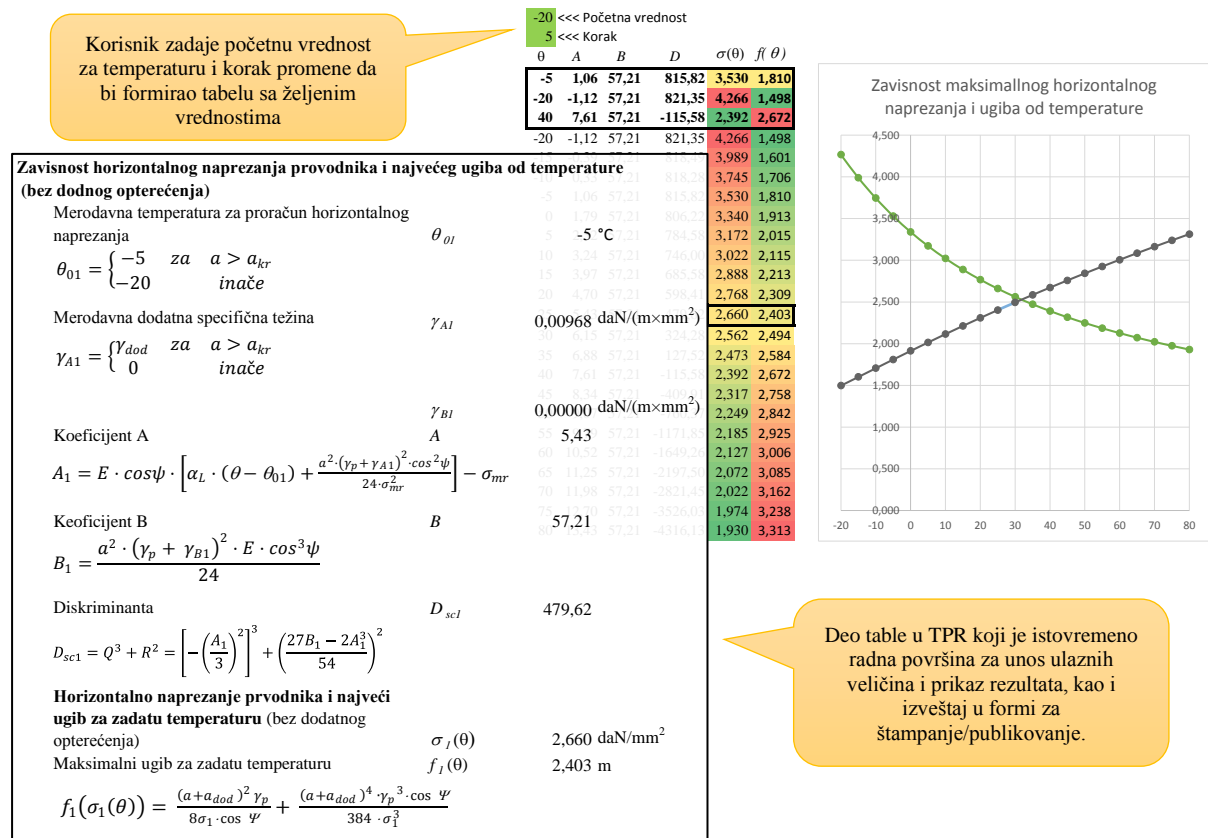
da zameni deo "Q". U nekim slučajevima potrebno je dodati zagrade oko kopiranog dela formule. Testiranje ispravnosti ovog postupka je jednostavno, dovoljno je da ne dođe do promene izračunate vrednosti za D_{sc} . Posle ovog eliminisanja Q bi se eliminisalo iz (23) do (26). Eliminisanjem veličina potreban broj formula se smanjuje ali se povećava njihova veličina. Dužina formule u drugom primeru u tabeli 2 ilustruje da bi bez postupka eliminisanja bilo veoma teško napisati formulu. Da bi se sačuvala preglednost formula, poželjno je formule pisati u više redova i sa primenom dodatnih razmaka. Očigledno je takođe, da bez imenovanja ćelija sa ulaznim veličinama preglednost formula ne bi bila moguća.

Tabela 2. Primer eliminisanja veličine iz formule

Veličina	Q	D_{sc}	D_{sc} (bez Q)	D_{sc} (bez Q) u dva reda
Izraz	(27)	(28)		$= - ((A_1/3)^2) ^ 3$
Formula	$=-((A_1/3)^2)$	$=Q^3+R_1^2$	$=-((A_1/3)^2)^3 + R_1^2$	$+ R_1^2$

Veličina	σ_I (sigma_1)
Izraz	(22)
Formula	$=IF(D_{sc1}>=0;$ $((27*B_1 - 2*A_1^3) / 54 + SQRT((-(A_1/3)^2))^3 + ((27*B_1 - 2*A_1^3) / 54)^2) ^ (1/3)$ $+((27*B_1 - 2*A_1^3) / 54 - SQRT((-(A_1/3)^2))^3 + ((27*B_1 - 2*A_1^3) / 54)^2) ^ (1/3) - A_1/3;$ $2*SQRT(-((A_1/3)^2)) * COS(ACOS(((27*B_1 - 2*A_1^3) / 54) / SQRT(-((A_1/3)^2)^3)) / 3) - A_1/3)$

Na slici 2 dat je prikaz delova izveštaja o proračunu koji je u potpunosti urađen sa ugrađenim funkcijama. U desnom delu slike razvijene formule su korišćene za višestruka izračunavanja napreznja i ugiba u zavisnosti od temperature. Ovakva višestruka izračunavanja mogu se lako dobiti još samo korišćenjem tehnika sa korisnički definisanim funkcijama iz tabele 1.



Slika 3. Delovi izveštaja o proračunu

Kako bi se izbegle prevelike formule, mogu definisati korisnički definisane funkcije (*User Defined Function – UDF*). Za definisanje ovih funkcija potrebno je izvesno poznavanje pozadinskog programskog jezika TPR (VBA, Java Script,...). Za izračunavanje ovih formula, osim za izraze kojim je definisan Nutn-Rapsonov postupak, dovoljno je poznavati koncepte dodeljivanja i grananja (If naredba – na primer za izraze (15), (17), (22)). Takve funkcije mogu se preuzeti i [besplatno sa interneta](#). Pri primeni ovakvih funkcija treba obratiti pažnju kako su definisani koeficijenti ekvivalentni onima u (6) i razumeti dobro sve ulazne i izlazne parametre funkcije.

Korisnički definisane funkcije mogu se isprogramirati i za rešavanje kubne jednačine Njtn-Rapsonovim postupkom (izrazi od (1) do (21)), ali je tada potrebno bolje poznavati pozadinski programski jezik. Pošto pozadinski jezici nisu isti za sve TPR, korisnički programi sa ovakvim funkcijama ne mogu se bez prilagođavanja prenositi između različitih TPR.

Interaktivnim tehnikama Njtn-Rapsonov metod može se primeniti na dva načina (Slika 4). Na prvi način izrazi (19) do (21) se pišu za svaku iteraciju. U redu 6 unosi se (nulta iteracija) samo izraz za početnu vrednost. U redu 7 unose se izrazi za prvu iteraciju, koji se kopiraju na dole za potreban broj iteracija, koji se određuje probanjem. Ako je odabrani broj iteracija nedovoljan, formula za $\sigma(\infty)$ vraća #NA pa treba poslednji red kopirati na dole dok se za uslov završetka ne dobije TRUE. Na drugi način dovoljno je napisati jedan red. Da bi se izbegle kružne (Circular) reference, pošto se G6 izračunava na osnovu H6, i obratno, H6 na osnovu G6, potrebno je sa automatskog preći na ručno preračunavanje tabele. Potom treba uključiti ugrađeni iterativni postupak, pri čemu podešava i željena tačnost i broj iteracija i, najzad, pokrenuti ručno preračunavanje. Isključivanje automatskog preračunavanja kao i uključivanje ugrađenog iterativnog postupka može da izazove probleme pri rešavanju praktičnih proračuna, ali se može uspešno koristiti u nekim proračunima u istraživačkom radu.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Njtn-Rapsonov postupak u više redova					Njtn rapsonov metod u jednom redu				
2		$\sigma(\infty)$			Formula za $\sigma(\infty)$	sa korišćenjem ugrađenog iterativnog postupka				
3		2,659841			=IF(COUNTIF(C7:C106;TRUE)>0;MIN(B7:B106);NA())					
4										
5	n	$\sigma(n)$	Uslov završetka		Formula za nultu iteraciju (levo):	$\sigma(0)$	$\sigma(\infty)$			
6	0	1,8			=0,2*sigma_mr	2,659841	2,659841			
7	1	2,955163	FALSE			Formule za fornje ćelije				
8	2	2,680789	FALSE		Formule za prvu iteraciju (levo i desno):	=H6	=G6 - (G6^3+A_1*G6^2-B_1) / (3*G6^2+2*A_1*G6			
9	3	2,659957	FALSE		=B6 - (B6^3+A_1*B6^2-B_1) / (3*B6^2+2*A_1*B6)					
10	4	2,659841	TRUE		=ABS(B7-B6)<=0,001					
11	5	2,659841	TRUE			Postupak:				
12	6	2,659841	TRUE			1. Isključiti automatsko preračunavanje				
13	7	2,659841	TRUE			2. Uključiti iterativni postupak				
14	8	2,659841	TRUE			3. Pokretnuti ručno preračunavanje				
15	9	2,659841	TRUE							
16	10	2,659841	TRUE		<< ovaj red kopirati na dole ako se ne dobije TRUE					

Slika 4. Njtn-Rapsonov metod na dva načina

Na osnovu izloženog i pregleda iz tabele 1 može se zaključiti da postoji veći broj primenljivih tehnika za rešavanje kubne jednačine, a da su najpogodniji za praktične proračune: primena ugrađenih funkcija (potpuno tačna) i primena Njtn-Rapsonovog metoda u više redova. Oba postupka omogućavaju da se posle svake izmene ulaznih veličina odmah izračunaju sve izlazne veličine i automatski generiše izveštaj o proračunu, koji se lako može odštampati na papir ili u generisani pdf fajl. Nedostatak primene ugrađenih funkcija i Kardanove formule su složenije formule u TPR, a prednost da se lako mogu generisati klasične montažne tabele. Njtn-Rapsonovim metodom u više redova lakše se pišu formule, a pored vrednost za zadatu temperaturu jednostavno se mogu izračunati i vrednosti za karakteristične temperature (-20, -5+led, 40, 80°C).

4. ZAKLJUČAK

Razvoj računarske tehnologije omogućava već u drugoj deceniji dvadesetprvog veka korišćenje na terenu prenosnih (laptop) i mobilnih računara (tableti i mobilni telefoni) za potrebe izvršenja različitih proračuna. Nove tehnologije omogućile su i jednostavno izračunavanje maksimalnog ugiba za temperaturu pri kojoj se vrši montaža provodnika pri izgradnji nadzemnih vodova. Na taj način, pored toga što se eliminiše potreba za proračunom montažnih tabela u birou, postiže se i maksimalna tačnost pri zatezanju provodnika kod montaže dalekovoda, jer se proračun i viziranje maksimalnog ugiba radi za izmerenu temperaturu na visini vešanja provodnika.

Analizirane su različite tehnike primene programa za tabelarne proračune, za proračun maksimalnog ugiba i naprezanja provodnika distributivnih nadzemnih vodova. Dobre osobine ovih programa su što jedinstvena radna površina omogućava jednostavan unos podataka, brzu proveru više varijanti rešenja i generisanje izveštaja za štampanje/publikovanje. Izbor tehnika zavisi od osposobljenosti korisnika koji razvija i korisnika koji koristi korisnički program, kao i od broja krajnjih korisnika.

5. LITERATURA

- [1] Milenko Đurić, „*ELEMENTI EES-a*“, AGM knjiga, 2017.
- [2] Željko Đurišić, Kristina Vlajinac Deletić, „*Elementi elektroenergetskih sistema, računske vežbe, Mehanički proračun nadzemnih vodova*“, Univerzitet u Beogradu, Elektrotehnički fakultet, 2009.
- [3] Miladin Tanasković, Tomislav Bojković i Dragoslav Perić: "*Distribucija električne energije*", Akademska misao, Beograd, 2007. godine.
- [4] Tomislav Bojković, Miladin Tanasković i Dragoslav Perić: "*Distribucija električne energije – rešeni primeri*", Akademska misao, Beograd, 2009. godine.
- [5] Pravilnik o tehničkim normativima za izgradnju nadzemnih vodova nazivnog napona 1 kV do 400 kV, Sl. list SFRJ broj 65/88.
- [6] T. Bojković: Korisnički programi za mehanički proračun distributivnih nadzemnih vodova: UGIBI64, KONZOLE6 i NOMSIL64, verzija 4/2006.
- [7] Tjalling J. Ypma, *Historical development of the Newton-Raphson method*, SIAM Review 37 (4), 531-551, 1995.
- [8] Murray R. Spiegel, *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*, § 9: Solutions of Algebraic Equations: 9.3 Cubic Equation, 1968.
- [9] Technical Report IEC 1597, Overhead electrical conductors – Calculation methods for stranded bare conductors, First edition, 1995.
- [10] M.Tanasković, D. Perić, "Proračun strujnog opterećenja nadzemnih vodova sa Al/č provodnicima za potrebe projektovanja", Savetovanje CIRED Srbija, Kopaonik, 2020.
- [11] Spreadsheet, 2020, <https://en.wikipedia.org/wiki/Spreadsheet>, pristupljeno 2020-01-18

DODATAK

Za proračun horizontalnog naprezanja koeficijenti A i B kubne jednačine (6) su:

- Za $a > a_{kr}$, merodavno je početno stanje K.1:

$\theta_0 \neq -5^\circ\text{C}$ + normalno dodatno opterećenje

$$A = E \cdot \cos\psi \cdot \left[\alpha_L \cdot (\theta + 5) + \frac{a^2 \cdot (\gamma + \gamma_{dod})^2 \cdot \cos^2\psi}{24 \cdot \sigma_{mr}^2} \right] - \sigma_{mr}, \quad (D1)$$

$$B = \frac{a^2 \cdot \gamma^2 \cdot E \cdot \cos^3\psi}{24}, \quad (D2)$$

osim kada računamo ugib za $\theta = -5^\circ\text{C}$ + normalno dodatno opterećenje

$$B = \frac{a^2 \cdot (\gamma + \gamma_{dod})^2 \cdot E \cdot \cos^3\psi}{24}. \quad (D3)$$

- Za $a \leq a_{kr}$, merodavno je početno stanje K.2:

$\theta_0 = -20^\circ\text{C}$ bez dodatnog opterećenja

$$A = E \cdot \cos\psi \cdot \left[\alpha_L \cdot (\theta + 20) + \frac{a^2 \cdot \gamma^2 \cdot \cos^2\psi}{24 \cdot \sigma_{mr}^2} \right] - \sigma_{mr}, \quad (D4)$$

$$B = \frac{a^2 \cdot \gamma^2 \cdot E \cdot \cos^3\psi}{24}, \quad (D5)$$

osim kada računamo ugib za $\theta = -5^\circ\text{C}$ + normalno dodatno opterećenje

$$B = \frac{a^2 \cdot (\gamma + \gamma_{dod})^2 \cdot E \cdot \cos^3\psi}{24}. \quad (D6)$$

Za proračun maksimalnog ugiba f_{max} merodavan je slučaj koji daje veći ugib između sledeća dva početna stanja i tada se koeficijenti A i B kubne jednačine (6) određuju iz:

- Za početno stanje K.1 prema izrazima (D1), (D2) i (D3).

- Za početno stanje K.3:

Za $a > a_{kr}$

$$A = E \cdot \cos\psi \cdot \left[\alpha_L \cdot (\theta + 5) + \frac{a^2 \cdot (\gamma + \gamma_{dod})^2 \cdot \cos^2\psi}{24 \cdot \sigma_{mr}^2} \right] - \sigma_{mr}, \quad (D7)$$

Za $a \leq a_{kr}$

$$A = E \cdot \cos\psi \cdot \left[\alpha_L \cdot (\theta + 20) + \frac{a^2 \cdot \gamma^2 \cdot \cos^2\psi}{24 \cdot \sigma_{mr}^2} \right] - \sigma_{mr}, \quad (D8)$$

Za sve slučajeve

$$B = \frac{a^2 \cdot \gamma^2 \cdot E \cdot \cos^3\psi}{24}. \quad (D9)$$

Maksimalni ugib kod kosog raspona prema [3, 4] može se odrediti iz:

$$f_{max} = \frac{\gamma \cdot a^2}{8 \cdot \sigma} \cdot \frac{\sqrt{a^2 + h^2}}{a} = \frac{\gamma \cdot a}{8 \cdot \sigma} \cdot \sqrt{a^2 + h^2}, \quad (D10)$$

i za razliku od izraza (1) određen je samo iz prvog člana razvoja lančanice u red.

Dužinu kritičnog raspona a_{kr} moguće je odrediti prema [3, 4] iz

$$a_{kr} [m] = 6 \cdot \sigma_{mr} \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot \alpha_L}{(\gamma + \gamma_{dod})^2 - \gamma^2}}, \quad (D11)$$

Horizontalnu komponentu naprezanja σ možemo izračunati i iz jednačine promene stanja provodnika [3, 4]:

$$\sigma^3 + (A1 + A2 - \sigma_{mr}) \cdot \sigma^2 - B1 = 0, \quad (D12)$$

gde je:

$$A1 = \frac{8}{3} \cdot E \cdot \left(\frac{f_0}{a} \right)^2; A2 = E \cdot \alpha_L \cdot (\theta - \theta_0); B1 = \frac{8}{3} \cdot E \cdot \left(\frac{\gamma \cdot a}{8} \right)^2 \quad (D13)$$

Kubna jednačina (D12) rešava se numerički [6] pri čemu se koeficijenti $A1$, $A2$ i $B1$ određuju prema:

Ako je za određenu dužinu raspona $a > a_{kr}$, merodavno je početno stanje K.1, i tada u izraze (D13) unosimo:

- u izrazu za $A1$: f_0 ugib koji odgovara temperaturi $\theta_0 = -5^\circ\text{C}$ sa obledom;
- u izrazu za $A2$: $\theta_0 = -5$;
- u izrazu za $B1$: $\gamma = \gamma$, osim kada računamo ugib za temperaturu $\theta = -5^\circ\text{C}$, i tada je $\gamma = \gamma + \gamma_{dod}$.

Ako je za određenu dužinu raspona $a \leq a_{kr}$, merodavno je početno stanje K.2, i tada u izraze (D13) unosimo:

- u izrazu za $A1$: f_0 ugib koji odgovara temperaturi $\theta_0 = -20^\circ\text{C}$ bez obleda;
- u izrazu za $A2$: $\theta_0 = -20^\circ\text{C}$;
- u izrazu za $B1$: $\gamma = \gamma + \gamma_{dod}$, osim kada računamo ugib za temperaturu $\theta = -20^\circ\text{C}$, i tada je $\gamma = \gamma$.

Za proračun maksimalnog ugiba f_{max} u rasponu merodavan je slučaj koji daje veći ugib između sledeća dva stanja:

- K.1: pri $\theta_0 = -5^\circ\text{C}$ sa normalnim dodatnim opterećenjem i tada se u izraze (D13) unosi: $\gamma = \gamma + \gamma_{dod}$;
- K.3: pri temperaturi $\theta = +40^\circ\text{C}$, i tada se u izraze (22) unosi: $\gamma = \gamma$.